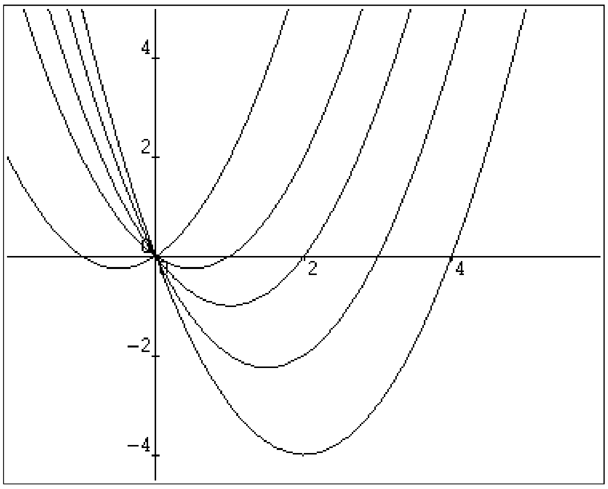
Zelftoets 7 - Differentiëren 2 **havo b** **datum:** **naam:**

1. Parabolen

Voor elk getal p bekijken we de functie $y = x^2 - px$. Hiernaast staan de grafieken van enkele van deze functies.



a. Voor welke waarde van p gaat de grafiek van de functie door het punt (-2,-2)?

Alle grafieken gaan door het punt (0,0).

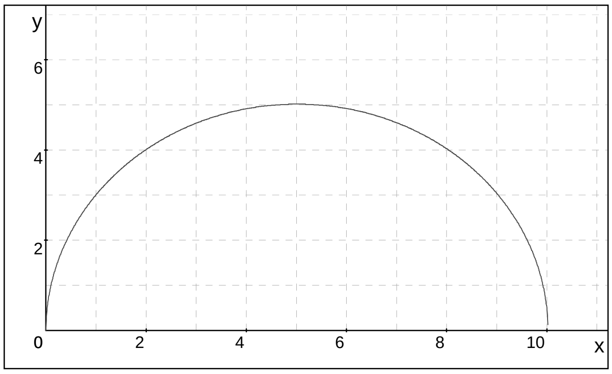
b. Voor welke waarde van p is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in (0,0) gelijk aan 1?

c. Voor welke waarden van p ligt de top van de parabool op de lijn $y = -1$?

2. Een halve cirkel

Hiernaast staat de grafiek van de functie

$f(x) = \sqrt{10x - x^2}$.



De grafiek lijkt wel een halve cirkel te zijn met middelpunt (5,0) en straal 5.

Het punt $(x, \sqrt{10x - x^2}\,)$ ligt op de grafiek van f.

a. Bewijs dat dat punt op afstand 5 van (5,0) ligt.

b. Bereken de hoek die de raaklijn in het punt (8,4) maakt met de x-as in graden nauwkeurig.

$f'(x)$ is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek. De waarden die $f'(x)$ kan aannemen kun je uit de grafiek aflezen.

c. Wat is het bereik van $f'(x)$? Toelichten.

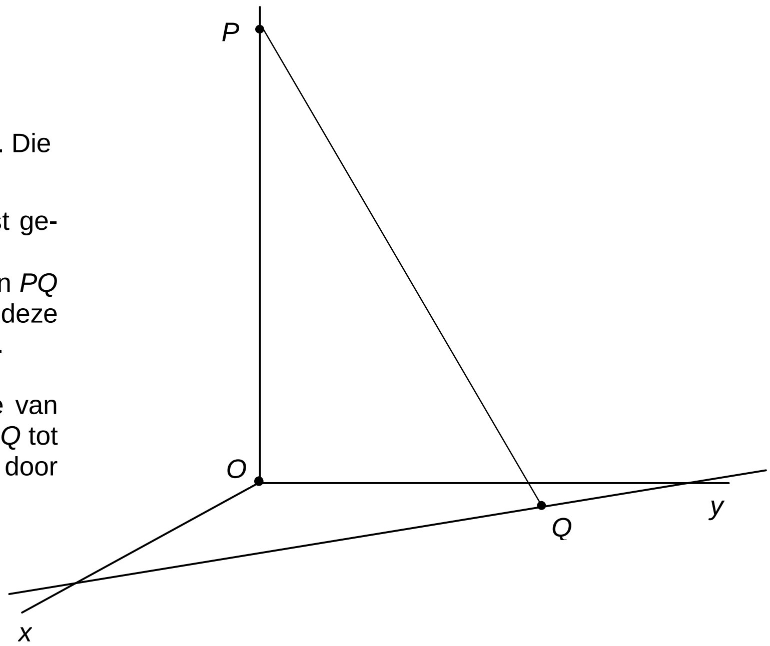
3. Maximale helling

In een assenstelsel zijn gegeven:

- de oorsprong $O(0,0,0)$,
- het punt $P = (0,0,6)$ op de z-as,
- voor elk getal t het punt $Q = (2t\,, 6 - t\,, 0)$.

De punten Q liggen allemaal op een rechte lijn. Die lijn is hiernaast getekend.

Als $t = 1$, dan $Q = (2,5,0)$. Dat punt is hiernaast getekend



a. Bereken in dit geval de hellingshoek van de lijn PQ (ten opzichte van het Oxy-vlak). Je mag bij deze vraag niet de onderstaande formule gebruiken.

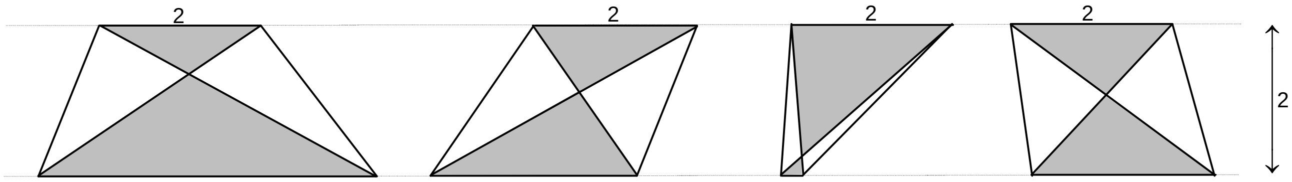
De hellingshoek van de lijn PQ (ten opzichte van het Oxy-vlak) is het grootst als de afstand van Q tot O het kleinst is. Deze afstand wordt gegeven door de formule: $A = \sqrt{5t^2 - 12t + 36}$.

b. Toon dit aan.

c. Bereken $\dfrac{dA}{dt}$.

d. Voor welke t is de hellingshoek van PQ het grootst?

4. Zandloper

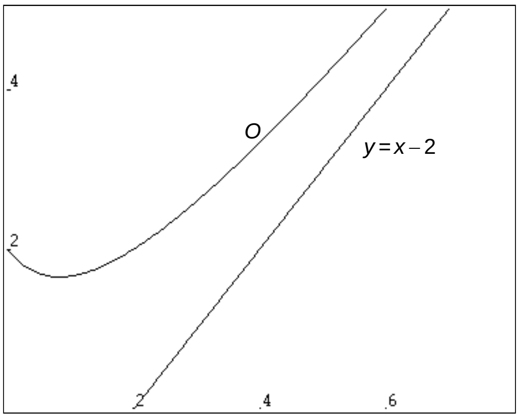


Van de trapezia hierboven is de bovenste zijde 2 en is de onderste zijde variabel, zeg van lengte x. (x is dus een positief getal.) De hoogte van de trapezia is 2.
De diagonalen en de evenwijdige zijden sluiten een "zandloper" in; die bestaat uit de twee grijze driehoeken. Het gaat in deze opgave om de totale oppervlakte $O(x)$ van de zandloper.
Om een formule voor $O(x)$ te vinden, is het nuttig op te merken dat de twee gearceerde driehoeken gelijkvormig zijn. In bijvoorbeeld het eerste trapezium is $x = 4$; de hoogte van de bovenste grijze driehoek is dan $\frac{1}{3}$ van de totale hoogte 2 en de hoogte van de onderste grijze driehoek is $\frac{2}{3}$ van de totale hoogte 2.

a. Bereken de totale oppervlakte van de zandloper in het eerste plaatje. Je mag hierbij niet de onderstaande formule gebruiken.

Voor O geldt de formule: $O(x) = \dfrac{x^2+4}{x+2}$.

Hiernaast staat de grafiek van O. Ook is de grafiek van de lijn $y = x - 2$ getekend. De grafiek van O ligt geheel boven de lijn $y = x - 2$.



Dus $\dfrac{x^2+4}{x+2} > x - 2$.

b. Toon langs algebraïsche weg aan dat dat inderdaad voor elke x geldt.

c. Bereken voor welke x geldt: $O(x) < x - 1{,}9$.

Anneke denkt dat de oppervlakte van de zandloper het kleinst is voor $x = 0{,}8$.

d. Bereken langs algebraïsche weg $\dfrac{dO}{dx}$ als $x = 0{,}8$.

Anneke heeft dus geen gelijk.

e. Is de waarde van x waarvoor $O(x)$ het kleinst is groter of kleiner dan 0,8? Toelichten.